

Exercice 19.2

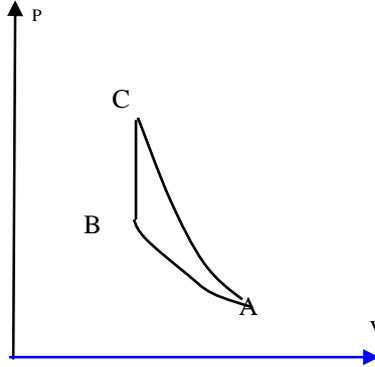
Cycle d'un gaz parfait

Un moteur utilisant une mole de gaz parfait fonctionne en parcourant le cycle :

- compression isotherme à la température T de $A (p_1, V_1, T)$ à $B (p_2, V_2, T)$.
 - échauffement à volume constant V_2 de B à $C (P_3, V_2, T')$.
 - détente adiabatique réversible de C à A (au cours de cette transformation on admet que le produit PV^γ reste constant). On posera $a = V_1./ V_2$, $\gamma = C_p/C_v$.
- a) Représenter dans un diagramme (p, V) le cycle décrit par le gaz.
 - b) Calculer P_2, P_3, T' en fonction de P_1, a, T, γ .
 - c) Calculer le travail reçu par le système dans la transformation AB et le transfert thermique correspondant.
 - d) Calculer le transfert thermique dans la transformation BC . En déduire, en vertu du premier principe, la valeur algébrique du travail dans la transformation CA .
- A. N. $\gamma = 1,4$ $P_1 = 10^5$ Pa, $T = 300$ K, $a = 2$.

Corrigé exercice 19.2 : cycle d'un gaz parfait

a)



b) AB transformation isotherme donc :

$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad \text{soit} \quad \boxed{P_2 = P_1a}$$

CA transformation adiabatique réversible donc :

$$P_3V_2^\gamma = P_1V_1^\gamma \quad \text{soit} \quad \boxed{P_3 = P_1a^\gamma}$$

:

 BC transformation isochore donc $T/P = \text{cte}$ donc :

$$T/P_2 = T'/P_3 \quad \text{donc} \quad \boxed{T' = TP_3/P_2 = Ta^{\gamma-1}}$$

 c) AB isotherme donc $\Delta U_{AB} = 0 = W_{AB} + Q_{AB}$

$$\delta W_{AB} = -RTdv/v \quad \text{soit} \quad W_{AB} = RT \ln(V_1/V_2) = RT \ln(a) = -Q_{AB}$$

d) La transformation BC est isochore donc le travail échangé est nul.

$$\text{Donc d'après le premier principe} \quad \boxed{Q_{BC} = \Delta U_{BC} = \frac{R}{\gamma-1}(T'-T) = \frac{RT}{\gamma-1}(a^{\gamma-1} - 1)}$$

 La transformation CA est adiabatique donc $\Delta U_{CA} = W_{CA}$

 Or $U_{\text{cycle}} = 0 = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 + Q_{BC} + W_{CA}$, il vient donc :

$$W_{CA} = -Q_{BC} = \frac{-RT}{\gamma-1}(a^{\gamma-1} - 1)$$

Applications numériques :

 $P_2 = 2 \text{ bars}, P_3 = 2,64 \text{ bars}, T' = 396 \text{ K}, W_{AB} = 1728 \text{ J}, Q_{BC} = 1994 \text{ J}, W_{CA} = -1994 \text{ J}.$